

**Test 3 - Mathematik für Chemie- und Bioingenieure**  
WS 2005/06

Aufgabe 1: Bitte berechnen Sie die folgenden Ableitungen

$$\begin{aligned}f(x) &= \sin(x^4) \\f(x) &= \frac{x}{x^2 + 1} \\f(x) &= \ln(x) \cdot e^x \\f^{-1}(y) &= \sqrt[5]{y} \text{ bzw. } f(x) = \sqrt[5]{x} \text{ über die Umkehrregel}\end{aligned}$$

Aufgabe 2: Berechnen Sie nun mit dem rechtsseitigen und dem zentralen Differenzenquotienten zu den Funktionen in Aufgabe 1 mit  $h=0,1$  den Wert der Ableitung an der Stelle  $x_0 = 1$ .

Aufgabe 3: Wo schneiden sich die Funktionen  $x^2 - 1$  und  $1 - x^5$ ? Berechnen Sie eine Näherungslösung (4 Iterationen) mit dem Verfahren von Newton und dem Startwert  $x_0 = 1$  und lösen Sie dies mit einer Genauigkeit von drei Dezimalstellen.

Aufgabe 4: Wir wissen nun das zu  $f(x) = \arctan(x)$  gilt  $f'(x) = \frac{1}{x^2+1}$ . Was bedeutet dies in Integralschreibweise (Stammfunktion)

Aufgabe 5: Lösen Sie die folgenden unbestimmten Integrale

$$\begin{aligned}f(x) &= \int \sin(x^2) \cdot 4x dx \\f(x) &= \int x^2 \sin(x) dx \\f(x) &= \int \frac{1}{x} \ln(\sqrt{x}) dx \\f(x) &= \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx\end{aligned}$$

Aufgabe 6: Ein Körper hat die Geschwindigkeitsfunktion

$$v(t) = v_0 \cdot \frac{1}{1+t^2}$$

Wie lauten Beschleunigung und Wegfunktion, wenn der Körper zu Beginn  $s(0) = 0$  erfüllt? Welche Strecke (ist diese endlich?) legt der Körper insgesamt zurück? Wie groß sind Geschwindigkeit, Weg und Beschleunigung zum Zeitpunkt  $t = 1$ ?